भारतीय वैज्ञानिक एवं औद्योगिक अनुसंधान पत्रिका
वर्ष 32 अंक (2) दिसम्बर 2024 पृ. 84-92
DOI: 10.56042/bvaap.v32i2.9979

गणितीय सृजनात्मकता और विद्यालयी गणित

कुमार गंधर्व मिश्र एवं तरुण कुमार त्यागी
शिक्षक, शिक्षा विभाग, दक्षिण बिहार केंद्रीय विश्वविद्यालय
ई-मेलः mishrakumargandharv@gmail.com,
taruntyagi@cusb.ac.in

सारांश

गणितीय सृजनात्मकता, गणित के क्षेत्र के विकास के लिए महत्वपूर्ण है जिसके द्वारा ही विज्ञान और प्रौधोगिकी का विकास संभव है। अभिसारी चिंतन (Convergent Thinking - CT) और अपसारी चिंतन (Divergent Thinking -DT), सृजनात्मकता के दो अभिन्न पहलू होते हैं। अपसारी चिंतन नवीन एवं अनूठे विचारों का कारक है, जो सृजनात्मकता का एक प्रमुख सूचकांक है पर इसका पर्यायवाची नहीं है। वास्तव में सृजनात्मकता एक पूँजी है जो सामाजिक प्रगति के लिए महत्वपूर्ण है। अतः इस लेख में विभिन्न उदाहरणों के जरिए गणितीय सृजनात्मकता (Mathematical Creativity) को दर्शाया गया है। लेख में गणितीय सृजनात्मकता में संवर्धन के उपायों के साथ-साथ इस पर चर्चा की गई है कि किस प्रकार गणितीय सृजनात्मकता विद्यालयी पाठ्यक्रम में शामिल किया जा सकता है। लेख में राष्ट्रीय शिक्षा नीति 2020 के संदर्भ में शैक्षणिक व नीतिगत अनुप्रयोग सन्निहित हैं।

मुख्य शब्दः अभिसारी चिंतन, अपसारी चिंतन, गणितीय सृजनात्मकता, विद्यालयी गणित, राष्ट्रीय शिक्षा नीति 2020

Mathematical Creativity and School Mathematics

Kumar Gandharv Mishra and Tarun Kumar Tyagi
Department of Teacher Education, Central University of South Bihar
E-mail: mishrakumargandharv@gmail.com,
taruntyagi@cusb.ac.in

Abstract

Mathematical creativity is important for the development of field of mathematics, and hence for the overall development of science and technology. The core elements of creativity are convergent thinking and divergent thinking. The latter is responsible for generation of unique and new ideas, which is the key indicator of creativity but not the synonym of creativity. Infact, Creativity is a great asset for the welfare of society. Ergo, in this article mathematical creativity has been exemplified through various examples and the process howcan it be fostered and incorporated in school curriculum has been elaborated. In the light of National Education Policy 2020, educational and policy implications are outlined.

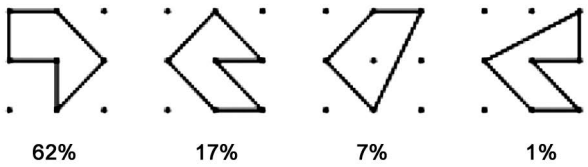
Keywords: Convergent thinking, divergent thinking, mathematical creativity, school mathematics, National Education Policy 2020

1. प्रस्तावना

UNICEF, UNESCO और WHO द्वारा सृजनात्मक चिंतन (creative thinking) को विद्यार्थियों के लिए दस जीवन कौशलों में से एक मुख्य कौशल के रूप में शामिल किया गया है। राष्ट्रीय शिक्षा नीति 2020 भी सृजनात्मकता और सृजनात्मक चिंतन को शिक्षा का एक अभिन्न अंग मानती है जिसका प्रमाण है कि इस नीतिगत दस्तावेज में 'सृजनात्मक' और 'सृजनात्मकता' शब्दों का उल्लेख 12 और 9 बार (क्रमशः) किया गया है जो इसकी महत्ता को दर्शाता है[1]।

अतः पाठ्यक्रम के संदर्भ में सृजनात्मकता का प्रत्येक क्षेत्र में महत्व है। आजकल नीति सम्बन्धित दस्तावेज स्टेम (STEM) और स्टीम (STEAM) शिक्षा की बात करते हैं जो कि सृजनात्मकता के अभाव में असंभव है[1,2,3]। इन्हीं दस्तावेजों के अनुसार गणित को सबसे कठिन विषयों में से एक समझा जाता है और इसके साथ भय और चिंता जैसे विशेषण जुड़े रहते हैं[4,5,6]। इसलिए, यह जरुरी है कि गणित के प्रति सकारात्मक दृष्टिकोण और रुचि को बढ़ाया जाए, और इस प्रयास में सृजनात्मकता एक महत्वपूर्ण भूमिका अदा करता है। इस लेख में, हम गणित के संदर्भ में सृजनात्मकता की बात कर रहे हैं- जो है गणितीय सृजनात्मकता। गणितीय सृजनात्मकता किसी भी राष्ट्र की महत्वपूर्ण पूँजी है[7]। इससे गणित का सर्वांगीण विकास होता है[8]। इससे पहले कि हम सृजनात्मकता और गणितीय सृजनात्मकता पर और चर्चा करें, सर्वप्रथम हेलोक (Haylock) की एक गतिविधि[9] का उल्लेख किया गया है जहाँ बच्चों को एक 9 बिंदु वाले वर्गाकार ग्रिड पर बिन्दुओं को सीधी रेखाओं से जोड़कर मनचाही आकृति बनानी है (जितने संभव हो सके) परंतु उस आकृति का क्षेत्रफल 2 cm^2 होना चाहिए[9]। लगभग 98% बच्चों ने सबसे आसान उत्तर दिया : एक 2 cm x1 cm का आयत। कुछ और भी उत्तर दर्शाए गए हैं (चित्र 1)। एक बच्चे द्वारा अद्भुत कल्पना शक्ति (चित्र 2) दर्शाया गया था[9]।

खुले प्रश्न सम्बन्धित गणित में इस प्रकार की सृजनात्मक कल्पना शक्ति दर्शाना मामूली बात नहीं है[9]। उपरोक्त अनुक्रिया (चित्र 2) नवीन और अद्भुत जवाबों का एक पहलू है।



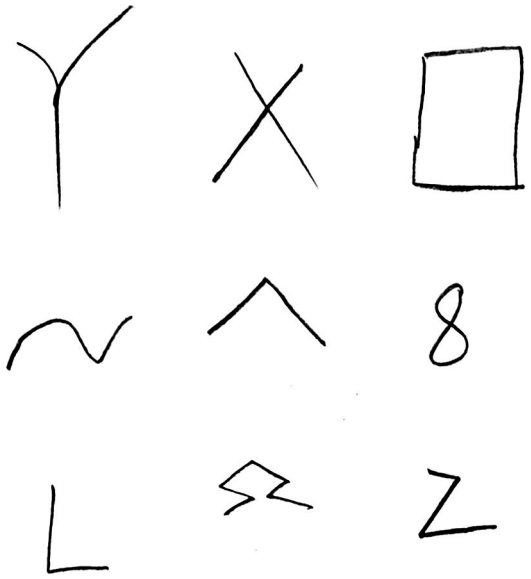
चित्र 1 . हेलोक (Haylock) की गतिविधि पर बच्चों के विभिन्न उत्तरों का प्रतिशत निरूपण[9]

चित्र 2 . हेलोक (Haylock) की गतिविधि पर एक बच्चे द्वारा प्रस्तुत किया गया अद्वितीय उत्तर[9]

मनुष्यों के सामाजिक विकास के लिए सृजनात्मकता को हमेशा से एक महत्वपूर्ण गुण समझा जाता है। सृजनात्मकता एक प्रक्रिया है या एक उत्पाद- यह एक चर्चा का विषय है। इसे इक्कीसवीं सदी के जीवन कौशल में भी शामिल किया गया है[10]। सृजनात्मकता की कई परिभाषाएँ इसे कुछ नया और कुछ ऐसा प्रस्तुत करने की योग्यता बतलाती हैं जो समाज के लिए उपयोगी रहे[11,12]। वास्तव में, सृजनात्मकता से सम्बन्धित विचार मौलिक और अद्भुत होते हैं। पिछली गतिविधि, में विद्यार्थियों के उत्तर उनके सृजनात्मकता के स्तर को दर्शाते हैं, जहाँ उनके उत्तर एक दूसरे की तुलना में नए या अद्वितीय हों। अब तक, आपको सृजनात्मकता की थोड़ी झलक मिली होगी। इसे और भी वृहद् रूप से समझने के लिए कुछ परिभाषाओं पर चर्चा करते हैं।

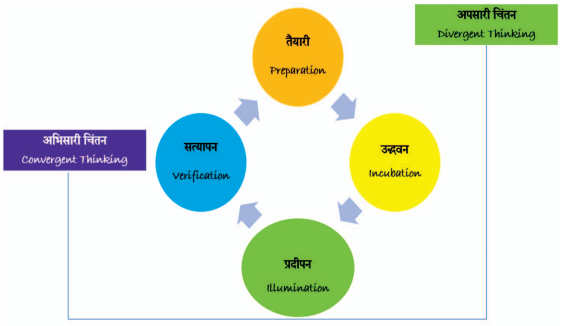
कुछ शोधार्थी सृजनात्मकता को एक प्रक्रिया के रूप में व्याख्या करते हैं[13] जिससे कि कुछ नया उत्पन्न हो- कोई वस्तु या कोई विचार, जो समस्या का समाधान भी कर सके। स्पीयरमैन के अनुसार सृजनात्मकता मानव मन की वह शक्ति है जो संबंधों को परिवर्तित करके नई सामग्री और नए सह-संबंध उत्पन्न कर सके[11]। स्टेग्नर और कार्वोस्की सृजनात्मकता को पूरी तरह या आंशिक रूप से नवीन पहचान के उत्पादन के बराबर परिभाषित करते हैं[14]। इन सारी परिभाषाओं से यह प्रतीत होता है कि सृजनात्मकता-नवीनता, अद्वितीयता और यथार्थता शामिल करता है। गिलफर्ड जो सृजनात्मकता के एक बड़े नाम माने जाते हैं, ने दो प्रकार के चिंतन का जिक्र किया हैः अभिसारी चिंतन (Convergent thinking - CT) और अपसारी चिंतन (Divergent thinking - DT)[12]। अभिसारी चिंतन से अभिप्राय वैसे चिंतन से है जिस चिंतन से केवल एक ही उत्तर प्राप्त होता हो (उदाहरण के लिए 8 और 5 का योग बतलाएँ), और अपसारी चिंतन से अभिप्राय वैसे चिंतन से है जिससे कई उत्तर प्राप्त हों (उदाहरण के लिए- दो ऐसी संख्याएँ बतलाएँ जिनका योग 13 हो)। इस प्रकार के चिंतन से नवीन और मौलिक विचारों को बढ़ावा मिलता है। उदाहरण के लिए : नीचे प्रस्तुत चित्रों और चिन्हों (चित्र 3) को अपनी कल्पना शक्ति द्वारा कुछ नया बनाने की कोशिश करें।

सृजनात्मकता के लिए दोनों प्रकार के चिंतन जरुरी हैं। अपसारी चिंतन कई विचारों के उत्पादन के लिए जरुरी है। उत्तरों की संख्या या प्रवाहता (Fluency), विविधता (Flexibility), मौलिकता (Originality) और व्याख्या/विस्तारण (Elaboration) सृजनात्मक चिंतन के चार भाग हैं (चित्र 4)। प्रवाहता (Fluency) अनुक्रियाओं की संख्या दर्शाता है, विविधता (Flexibility) अनुक्रियाओं के विभिन्न आयामों को दर्शाता है, ओरिजिनलिटी (originality) विचारों की मौलिकता को दर्शाता है, वहीं इलाबोरेसन (Elaboration) विचारों की



चित्र 3. सृजनात्मकता की गतिविधि सम्बन्धित चिह्न और चित्र

चित्र 4. सृजनात्मकता (अपसारी चिंतन) के भाग



चित्र 5 . सृजनात्मकता की प्रक्रिया (Wallas पर आधारित)[15]

व्याख्या या विस्तारण करने की काबिलीयत से सम्बन्धित है। भले ही अपसारी चिंतन विचारों की विविधता और संख्या से सम्बन्धित है, पर यह सृजनात्मकता का केवल एक सूचक ही है। सृजनात्मक विचारों के दौरान एक अधिगमकर्ता इन स्तरों से गुजरता है: तैयारी (Preparation)- इन्क्यूबेशन (Incubation)-प्रद्दीपन (Illumination)-सत्यापन (Verification)[15] (चित्र-5)।

गणितीय सृजनात्मकता

विभिन्न शिक्षाविदों एवं मनोवैज्ञानिकों द्वारा गणितीय सृजनात्मकता को विभिन्न तरीकों से परिभाषित किया गया है। लेकोक (Laycock) ने गणितीय रचनात्मकता को दी गई समस्या का विभिन्न दृष्टिकोणों से विश्लेषण करने, पैटर्न, अंतर और समानताएं देखने, कई विचार उत्पन्न करने और अपरिचित गणितीय स्थितियों से निपटने के लिए एक उचित तरीका चुनने की क्षमता के रूप में वर्णित किया है[16]। चैम्बर्लिन और मून गणितीय रचनात्मकता को गणितीय मॉडलिंग का उपयोग करके वास्तविक व्यावहारिक समस्याओं को प्रोत्साहित करने के लिए उपयोगी समाधान उत्पन्न करने की असामान्य क्षमता के रूप में परिभाषित करते हैं[17]। इनका कहना है कि गणितीय सृजनात्मकता तब देखी जाती है जब कोई किसी समस्या के लिए एक गैर-मानक (non-standard) समाधान उत्पन्न करता है जिसे मानक (standard) विधि का उपयोग करके हल नहीं किया जा सकता है। इनके अनुसार अपसारी चिंतन गणितीय सृजनात्मकता का एक महत्वपूर्ण अंग है। गणितीय सृजनात्मकता मानव मन की एक गतिशील संपत्ति के रूप में भी परिभाषित होती है जिसे व्यवस्थित किया जा सकता है और सराहा जा सकता है या, इसके विपरीत वंचित किया जा सकता है[18]। सोवर्स गणितीय सृजनात्मकता को ज्ञात अवधारणाओं को पर्याप्त, नए तरीके से संयोजित करने के संज्ञानात्मक कार्य के रूप में परिभाषित करते हैं, जिससे विद्यार्थी की गणितीय समझ बढ़ती या विस्तारित होती है[19]। इरविंक किसी पुरानी समस्या को नए तरीके से हल करने को रचनात्मक गणितीय गतिविधि का एक उदाहरण मानते हैं, और गणितीय रचनात्मकता के तीन विभिन्न स्तरों पर वास्तविक जीवन की समस्याओं के समाधान का उदाहरण देते हैं[20]। पहले के दो स्तरों पर, समस्याओं का समाधान सामान्य और पूर्वानुमानित होता है, जबकि तीसरे स्तर पर, अनुभव, अंतर्ज्ञान (intuition), धारणा (perception), अंतर्दृष्टि (insight) और आंतरिक संरचना में अंतर्निहित कई प्रशंसनीय अनुमानों के आधार पर समस्या को हल करने के लिए एक व्यवस्थित दृष्टिकोण का उपयोग किया जाता है।

उपरोक्त विचारों के आधार पर, यह कहा जा सकता है कि गणितीय सृजनात्मकता एक गणितीय सवाल पर नए और किफ़ायती तरीके से काम करने की क्षमता है। उदाहरण के लिए; जब बीमार रामानुजन को हार्डी ने एक विशेष टैक्सी नंबर (1729) बताया (एवं इसे एक उबाऊ नंबर कहा था), तब रामानुजन ने तुरंत उस संख्या को दो घनों के योग के रूप में व्यक्त करने का एक नया तरीका खोज लिया। दरअसल, रामानुजन की प्रतिभा की सराहना उनकी सृजनात्मकता के कारण दुनिया भर में की जाती है जिसने 100 साल पहले अलग-अलग प्रमेय सामने लाए, जिनका इस्तेमाल 21वीं सदी के दौर

में भी किया जा रहा है। इसी तरह, गणितज्ञ एंड्रयू वाय्ल्स का उदाहरण भी है, जिन्होंने फ़र्मा की प्रसिद्ध समस्या को हल किया।

गणितीय सृजनात्मकता और गणितीय पाठ्यक्रम

इस खंड में, इस बात पर चर्चा की गई है कि गणितीय सृजनात्मकता किस प्रकार गणितीय पाठ्यक्रम का हिस्सा होनी चाहिए। इसे तीन पहलुओं में चर्चा किया गया हैः i) दो प्रक्रियाओं के माध्यम से गणितीय रचनात्मकता को विकसित करने के लिए हेलोक का अध्ययन-निर्धारण या स्थिरता (fixation) पर नियंत्रण पाना और अपसारी चिंतन को बढ़ावा देना, ii) किसी पारंपरिक/एकल उत्तर वाले सवाल को एक खुले संशोधित कार्य में परिवर्तित करना, iii) ओपन-एंडेड सवाल या खुले सवाल के कुछ उदाहरण प्रदान करना जहाँ छात्र अपने ज्ञान का उपयोग करने के लिए स्वतंत्र हैं[9]। कार्यों को खुला कहा जाता है, यदि उनकी आरंभिक या लक्ष्य स्थिति सटीक रूप से नहीं दी गई हो[21]। ये कार्य विद्यार्थियों को स्वयं को अभिव्यक्त करने का अवसर प्रदान करते हैं और आमतौर पर उनके पास कई सही उत्तर होते हैं[22]। विद्यार्थियों में गणितीय रचनात्मकता के निर्धारण/स्थिरता पर नियंत्रण पाकर और अपसारी चिंतन के महत्व को बढ़ाकर विकसित किया जा सकता है[9]।

क) स्थिरता पर नियंत्रण और अपसारी चिंतन को बढ़ावा देना

चित्र 6 में, विद्यार्थियों को दिए गए आकार के अंदर एक समद्विबाहु त्रिभुज बनाने के लिए कहा गया, जिसकी एक भुजा XY हो, और जितना संभव हो सके त्रिभुज का क्षेत्रफल उतना बड़ा होना चाहिए। अधिकांश विद्यार्थियों ने XY को आधार (एक प्रकार का निर्धारण/स्थिरता) माना। जो छात्र इस सोच के अलावा समद्विबाहु त्रिभुज की कल्पना करने की प्रवृत्ति (स्थिरता सम्बन्धित चिंतन) पर नियंत्रण पाते हैं, वे अधिक सृजनात्मकता दर्शाते हैं। जैसा कि प्रस्तावना में चर्चा की गई है (चित्र 1 और चित्र 2), एक सवाल विद्यार्थी को 2 cm^2 क्षेत्रफल की आकृति बनाने के लिए बिंदुओं की मदद से अपना स्वयं का आकृति बनाने का अवसर प्रदान करती है। हालाँकि, यह शिक्षक को अद्वितीय प्रतिक्रियाओं की पहचान करने का अवसर भी देती है। प्रतिक्रिया की न्यूनतम आवृत्ति बच्चे की रचनात्मकता पहलू की पहचान करने में मदद करती है।

ख) संशोधित प्रश्नों का प्रयोग

पाठ्यक्रम में गणितीय सृजनात्मकता को विकसित करने के लिए महत्वपूर्ण उपकरणों में से गणित में मूल और पारंपरिक कार्य के विपरीत संशोधित कार्यों को शामिल करना है। प्रस्तुत कार्य दो गणितज्ञों द्वारा दिए गए उदाहरणों पर आधारित हैं[23,24] (तालिका-1)।

ग) खुले प्रश्नों का उपयोग (open-ended problems)

उदाहरण 1: 4 को चार बार प्रयोग करके आप पहले तीन पूर्णांक, अभाज्य अंक बनाएं, जिसके लिए आप गणितीय संक्रियाओं (+, -, × एवं ÷) तथा नियमों का प्रयोग करने के लिए पूर्णतः स्वतंत्र हैं। इसके संभावित परिणाम ये हो सकते हैं (तालिका-2):

प्रचलित संक्रियाओं का उपयोग	**BODMAS नियम का उपयोग**
$4 - 4 + 4 - 4 = 0$	$4 \div 4 \times 4 - 4 = 0$
$4 + 4 - 4 - 4 = 0$	$[4 - \{4 - (4 - 4)\}] = 0$
$4 \times 4 - 4 \times 4 = 0$	$[(4 - 4) - (4 - 4)] = 0$
	$[(4 + 4) - (4 + 4)] = 0$

तालिका 2: 4 को विभिन्न तरीकों और विभिन्न संक्रियाओं का उपयोग करके शून्य बनाना

उदाहरण 2: दो संख्याएँ बताएँ जिनका योग 12 है। इसके संभावित हल ये हो सकते हैं (तालिका-3):

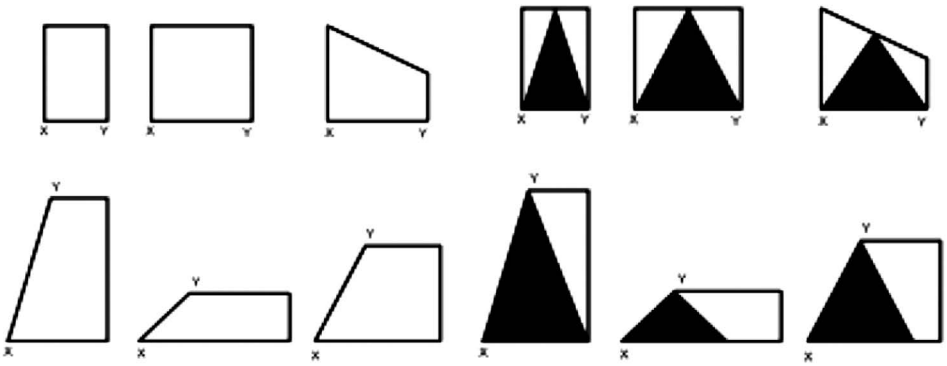
11+1, 9+3, 7+5, 8+4, 12+0, ……

¼+47/4, 2/3+ 34/3, ……

-7+29, -8+20, -1+13, ……

तालिका 1 : प्रश्न और उनके अपसारी चिंतन आधारित तुल्य संशोधित प्रश्नों की तालिका [23,24]

एक प्रचलित प्रश्न	**एक संशोधित प्रश्न**
x^2-3x-4 का गुणनखंड करें।	x^2-3x का अंतिम पद ज्ञात करें जिससे इसका गुणनखंड किया जा सके।
y= 3x-8 और y = -2x+7 का प्रतिच्छेदित बिंदु ज्ञात करें।	उस रेखा का समीकरण ज्ञात करें जो बिंदु (3,1) से गुजरे।
पहली तीन प्राकृतिक संख्याओं को जोड़ें जो 3 के गुणज न हों।	तीन प्राकृतिक संख्याओं का योग (जो 3 के गुणज न हों) 20 है। संख्याओं को ज्ञात करें।
24 और 36 का महत्तम समापवर्तक ज्ञात करें।	क्या 6, 24 और किसी संख्या n का महत्तम समापवर्तक हो सकता है?
	क्या 7, 24 और किसी संख्या n का महत्तम समापवर्तक हो सकता है?
किसी आयत का परिमाप 28 सेमी है और इसकी लम्बाई 8 सेमी है। इसका क्षेत्रफल ज्ञात करें।	किसी आयत का परिमाप 28 सेमी है। इसका क्षेत्रफल क्या हो सकता है?



चित्र 6. चतुर्भुजों में एक समद्विबाहु त्रिभुज निर्माण करने के प्रचलित उत्तर (Haylock की गतिविधि पर आधारित)[9]

तालिका 3: दो संख्याओं का विभिन्न तरीकों से उपयोग करके 12 बनाना

उदाहरण 2 में आप उत्तरों की संख्या और उत्तरों के प्रकार में विविधता देख सकते हैं (तीन अलग-अलग स्तंभों में)। उत्तरों की संख्या प्रवाह (Fluency) घटक को दर्शाती है, जबकि उत्तरों में विभिन्न आयाम (उदाहरण के लिए; प्राकृतिक संख्याओं, अंशों और पूर्णांकों का उपयोग करके 12 बनाना) विविधता (Flexibility) घटक को दर्शाती है।

उदाहरण 3: संख्या 169 और 961 के बीच समानताएं और अंतर खोजें। इसके संभावित हल ये हो सकते हैं:

i. दोनों विषम संख्याएं हैं और एक-दूसरे के विपरीत हैं आदि।
ii. दोनों संख्याओं के सभी अंकों का योग समान है अर्थात् 16 है।
iii. दोनों विषम और प्रतिवर्ती संख्याएं अर्थात् 13 और 31 का वर्ग हैं।
iv. एक संख्या का मान दूसरे से बड़ा है।

इस खंड में, हमने गणित की कक्षा में अपसारी चिंतन को विकसित करने के लिए कुछ उदाहरणों और कक्षा में सृजनात्मकता को बढ़ावा देने के तरीकों पर चर्चा की। एक सृजनात्मक बच्चे की पहचान उसके जवाब की आवृत्ति (Statistical frequency) के माध्यम से की जा सकती है। उत्तर की जितनी न्यूनतम आवृति होगी, उतना ही उसके सृजनात्मक पहलू की पहचान होगी। जहाँ तक संभव हो सके पारंपरिक कार्यों के अलावा, शिक्षकों को प्रत्येक समस्या के लिए संशोधित सवाल (बहुअनुक्रिया आधारित समस्या- जैसा कि ऊपर की तालिकाओं में चर्चा की गई है) तैयार करना चाहिए। यह न केवल सृजनात्मकता को बढ़ाएगा बल्कि समानता के अवसर को भी बढ़ावा देगा क्योंकि किसी सवाल के लिए कई अनुक्रियाएँ विद्यार्थियों को अलग-अलग उत्तर देने में मदद करेगी।

पाठ्यक्रम की वर्तमान चुनौतियाँ और नीतिगत प्रयास

वर्तमान संदर्भ में आज भी विद्यालय में गणित की परीक्षा और मूल्यांकन की प्रक्रिया अधिकांशतः अभिसारी चिंतन वाले और क्लोज़्ड-एंडेड प्रश्नों पर ही आधारित है[3,25,26]। उदाहरण के लिए सृजनात्मकता चिंतन सम्बन्धित एक शोध कार्य में पाया गया कि एनसीईआरटी द्वारा प्रकाशित कक्षा छठी की गणित की पुस्तक में 79% प्रश्न अभिसारी चिंतन पर आधारित थे और केवल 21% प्रश्न ही अपसारी चिंतन पर आधारित थे[27]। परीक्षा को केंद्र में रखते हुए भी शिक्षकों का ध्यान भी पाठ्यक्रम पूरा करने में रहता है, जहाँ अभिसारी चिंतन वाले प्रश्न किफ़ायती साबित होते हैं। ऐसे में कक्षा में किसी गणितीय अवधारणा और ओपन-एंडेड प्रश्नों पर 1-2 घंटे चर्चा करना संभव नहीं हो पाता है। विद्यालय से विश्वविद्यालय में प्रवेश के लिए भी कई प्रतियोगी परीक्षाएँ आयोजित की जाती हैं, जहाँ प्रश्नों का स्वरुप बंद (क्लोज़-एंडेड) रहता है। इन प्रश्नों में बच्चों की सृजनात्मकता परखने और उत्तरों में विविधता परखने के प्रश्न न के बराबर होते हैं। इसका असर भी विद्यालय के पाठ्यक्रम और शैक्षणिक गतिविधि पर होता है, जहाँ विद्यार्थियों और शिक्षकों का ध्यान केवल क्लोज़-एंडेड और अपसारी चिंतन वाले प्रश्न को हल करने में रहता है। फलस्वरूप सृजनात्मकता के लिए कक्षा में सीखने-सिखाने के पर्याप्त अवसर न मिल पाते हैं। अतः इस हिसाब से पाठ्यपुस्तकों और पाठ्यक्रम में सृजनात्मकता आधारित प्रश्न भी अपनी जगह नहीं बना पाते हैं। समाज में गणित की प्रचलित छवि भी इसका एक कारक मालूम होता है। सामान्यतः गणित का अर्थ एक ही सही उत्तर से माना जाता है। यह समझा जाता है कि गणित में प्रत्येक प्रश्न का एक ही सही उत्तर होता है, और इसका समाधान गणित के सूत्र रट लेना ही है। विद्यालय स्तर के पश्चात भी स्नातक स्तर पर भी प्रतियोगी परीक्षाओं में गणितीय योग्यता काफ़ी महत्वपूर्ण स्थान रखता है। पर इस स्तर पर भी 'गणितीय सूत्र' की फैलती संस्कृति केवल अभिसारी चिंतन को बढ़ावा देती है, और गणित की एक उपयोगिकतावादी छवि बनाती है[28,29]। गणित की यही छवि धीरे-धीरे शिक्षकों, विद्यार्थियों और अभिभावकों के बीच प्रचलित हो जाती है, जिससे पाठ्यक्रम में सृजनात्मकता (विशेषकर अपसारी चिंतन वाले प्रश्नों) को शामिल कर पाना और विचार कर पाना

मुश्किल हो जाता है। हालाँकि, गणित शिक्षण की दिशा में हो रहे कई शोध ने सृजनात्मकता और बहु-उत्तरिय प्रश्नों की सार्थकता को उजागर किया है, तथा पाठ्यक्रम में इसके शामिल करने के तरीकों और महत्ता की बात की है[30,31,32]। सृजनात्मकता पर शोध पत्रों में हो रही सत्तत चर्चा, विशेषकर राष्ट्रीय शिक्षा नीति 2020 में इसकी चर्चा का परिणाम गणित शिक्षण की नीतिगत दस्तावेजों में भी में देखने को मिला है[1]। वर्ष 2023 में राष्ट्रीय शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद् (एनसीआरईटी) द्वारा प्रकाशित विद्यालय के लिए राष्ट्रीय पाठ्यचर्चा की रुपरेखा (NCFSE) में गणित के शैक्षिणक और अधिगम के उद्देश्यों में ओपन एंडेड प्रश्न और बहु-उत्तरीय प्रश्न को बढ़ावा देने की बात की गई है[3] (चित्र 7,8,9)। यहाँ बात की गई है कि किस प्रकार एक गणितीय अवधारणा का अवलोकन करने के लिए विद्यार्थी को कई परिप्रेक्ष्य प्रदान करने चाहिए (विशेषकर पृष्ठ 271, 272 और 273 देखें)। इस दस्तावेज़ में सुझाव दिए गए कुछ बिन्दु उदाहरण के लिए दर्शाए गए हैंः

इस प्रकार के नीतिगत प्रयास न ही केवल गणितीय सृजनात्मकता सम्बन्धित शोध को पाठ्यक्रम के लिए सुदृढ़ बनाते हैं बल्कि गणितीय पाठ्यक्रम को विद्यार्थियों और शिक्षकों के लिए रोचक बनाने का अवसर प्रदान करते हैं। इन प्रयासों से गणित की प्रचलित 'भयावह', 'उपयोगिकतावादी' और 'एक-उत्तर' वाली छवि भी दूर हो सकती है। हालाँकि, इन प्रयासों के बावजूद यह बहुत हद तक इस बात पर निर्भर करता है कि किस प्रकार शिक्षक गणित पाठ्यपुस्तकों के प्रश्नों का उपयोग सृजनात्मकता के संदर्भ में करते हैं, और परीक्षा की मूल्यांकन की प्रक्रिया उन्हें ऐसा करने के कितने अवसर और लचीलापन प्रदान करती है। इसके अलावा गणित से जुड़े भौतिक मॉडल (हैंड्स-ऑन गतिविधियाँ और सामग्री) अवधारणाओं को बहु-आयामी तरीके से देखने में मदद करते हैं। गणित की लैब में इनसे सम्बन्धित सामग्री को अवधारणा का भौतिक रूपांतरण दर्शाने के साथ-साथ सृजनात्मकता को बढ़ावा देने के लिए उपयोग करना चाहिए। उदाहरण के लिएः क) लैब में कई बहुफ़लक प्रकार के 3D मॉडल (जैसे-टेट्राहेड्रन, घन, ओक्टाहेड्रन) भी पाए जाते हैं (जो काग़ज के गत्ते से निर्मित होते हैं)- ऐसी आकृतियों के कोणों को काटकर या संकुचित कर नई आकृतियाँ निर्मित की जा सकती हैं, फिर विद्यार्थी इसके निर्माण के परिवर्तन के कारण और आकृति के गुणधर्म का अन्वेषण कर सकते हैं, 2D से 3D बदलाव की प्रणाली समझ सकते हैं, ख) एक निर्धारित संख्या के माचिस की तिल्लियों से एक ही क्षेत्रफल के कई आकृतियों (बहुभुज) का निर्माण करना- ऐसा करने से विद्यार्थियों को अलग-अलग आकृतियों में एक ही क्षेत्रफल देखने और समझने का मौका मिलेगा जो उन्हें गणितीय हल की विविधता का महत्व एहसास कराएगा। ऐसे प्रयासों से स्थिरता (fixation) पर भी नियंत्रण पाया जा सकता है और लैब

3.5.1.2 Middle Stage

a. Content should allow students to explore several strategies for solving a problem or puzzle.

b. Content should involve situations and problems that offer multiple correct answers. For this, open-ended questions should be given more space in the exercises.

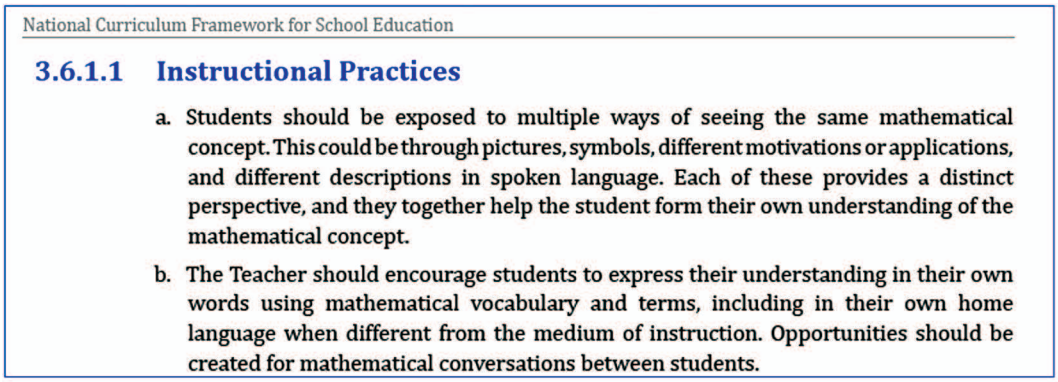
c. Content should provide opportunities for students to 'talk' Mathematics. Semi-formal language used by students in discussions should be accepted and encouraged.

d. Problem posing is an important part of doing Mathematics. Exercises that require students to formulate and create a variety of problems and puzzles for their peers and others should be encouraged.

e. Content should allow students to explore, create, appreciate, and understand instead of just memorising concepts and algorithms without understanding the rationale behind how they work.

f. Content should offer meaningful practice through worksheets, games, puzzles, that leads to working memory (*Smriti*) and ultimately builds procedural or computational fluency.

चित्र 7. माध्यमिक स्तरीय गणित सम्बन्धित सुझाव (NCFSE 2023, पृष्ठः 261)[3]



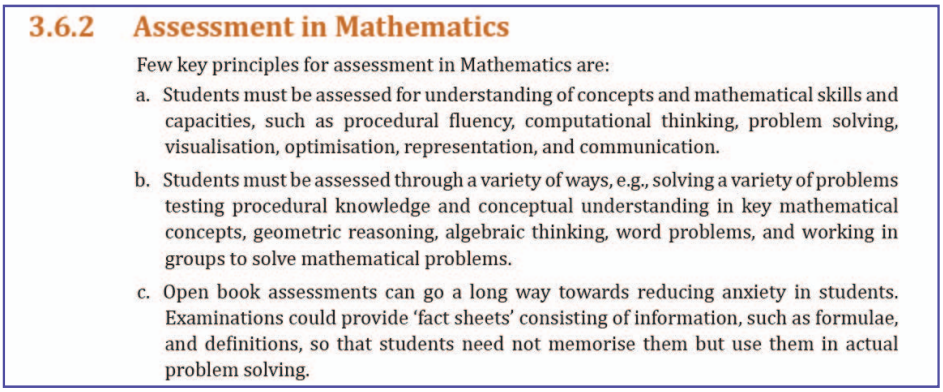
National Curriculum Framework for School Education

3.6.1.1 Instructional Practices

a. Students should be exposed to multiple ways of seeing the same mathematical concept. This could be through pictures, symbols, different motivations or applications, and different descriptions in spoken language. Each of these provides a distinct perspective, and they together help the student form their own understanding of the mathematical concept.

b. The Teacher should encourage students to express their understanding in their own words using mathematical vocabulary and terms, including in their own home language when different from the medium of instruction. Opportunities should be created for mathematical conversations between students.

चित्र 8. गणित शिक्षण सम्बन्धी अनुदेशात्मक आचरण (NCFSE 2023, पृष्ठः 266)[3]



3.6.2 Assessment in Mathematics

Few key principles for assessment in Mathematics are:

a. Students must be assessed for understanding of concepts and mathematical skills and capacities, such as procedural fluency, computational thinking, problem solving, visualisation, optimisation, representation, and communication.

b. Students must be assessed through a variety of ways, e.g., solving a variety of problems testing procedural knowledge and conceptual understanding in key mathematical concepts, geometric reasoning, algebraic thinking, word problems, and working in groups to solve mathematical problems.

c. Open book assessments can go a long way towards reducing anxiety in students. Examinations could provide 'fact sheets' consisting of information, such as formulae, and definitions, so that students need not memorise them but use them in actual problem solving.

चित्र 9. गणित में आंकलन सम्बन्धित सुझाव (NCFSE 2023, पृष्ठः 270)[3]

की गतिविधि में भी सृजनात्मकता को बढ़ावा मिलेगा। गणित की कक्षा और लैब से जुड़ी गतिविधियों में सृजनात्मकता को अभिन्न अंग बनाकर विद्यालय स्तर पर ऐसे नीतिगत प्रयास किए जाने चाहिए।

निष्कर्ष

बच्चों में सृजनात्मकता विकसित करना गणित शिक्षण का लक्ष्य है[1,2]। कई दस्तावेज़ और नीति रिपोर्ट प्रत्येक राष्ट्र के विकास के लिए सृजनात्मक क्षमता की आवश्यकता पर प्रकाश डालती हैं। इसलिए, यह लेख विद्यालयी पाठ्यक्रम में सृजनात्मकता के महत्व पर प्रकाश डालता है[1,3,33], और उदाहरणों से यह दर्शाता है कि गणित की पाठ्य पुस्तकों में ओपेन-एंडेड (खुले) समस्याओं का उपयोग करके इसे कैसे बढ़ावा दिया जा सकता है[25,26,34]। इस तरह, विद्यार्थी जोखिम उठाने, गलतियाँ करने का साहस कर सकते हैं और एक सही उत्तर के प्रति डर के बिना कई समाधान प्रदान करने का प्रयास कर सकते हैं जो उन्हें एक सृजनात्मक विद्यार्थी बनने में मदद करती है[34]। यह आलेख गणित की कक्षा को सृजनात्मक बनाने के लिए निम्नलिखित उपाय प्रस्तुत करता हैः i) समस्याओं को संशोधित करके खुला रखें ii) छात्रों को अपने स्वयं के प्रश्न बनाने दें iii) गणित की समस्याओं को हल करने के लिए विविध विचार प्रदान करने को बढ़ावा दें iv) रूढ़िवादी सोच या निर्धारण को नियंत्रित करें v) गणित को वास्तविक जीवन की स्थितियों से जोड़ने के लिए प्रोत्साहित करें। कृत्रिम बुद्धिमत्ता और मशीन लर्निंग के युग में सृजनात्मकता पाठ्यक्रम का अभिन्न अंग होना चाहिए और इसलिए बच्चों में सृजनात्मक सोच का विकास सामाजिक प्रगति के लिए बेहद उपयोगी है। यह प्रमुख उच्च-स्तरीय चिंतन कौशलों में से एक है और गणितीय योग्यता और गणितीय समस्या-समाधान जैसे अन्य लक्षणों से संबंधित है[35]। इस लेख के माध्यम से हम इस बात पर ज़ोर डालते हैं कि राष्ट्रीय शिक्षा नीति 2020 के संदर्भ में प्रकाशित होने वाले गणित की पाठ्य पुस्तकों में अपसारी चिंतन आधारित समस्याओं को उचित महत्व दिया जाना चाहिए। जैसा कि लेख में दर्शाया गया है, अपसारी चिंतन केवल गणितीय सृजनात्मकता का एक प्रमुख संकेतक है, लेकिन सृजनात्मकता का पर्यायवाची नहीं है[36]। इसलिए, विचारों की गुणवत्ता और इसमें शामिल प्रक्रिया को समझने के लिए विद्वानों का ध्यान आवश्यक है। अतः यह लेख विद्यालय के शिक्षकों, शोधकर्ताओं और शैक्षिक पेशेवरों

के लिए गणितीय सृजनात्मकता की प्रक्रियाओं को गहराई से समझने के लिए उपयोगी होगा, जिसके द्वारा शिक्षण और अधिगम की प्रक्रिया में खुली समस्याओं को शामिल करके इसे पहचानने और बढ़ावा देने के लिए एक समर्थन प्रणाली विकसित की जा सकती है, साथ ही इसे विद्यालयी पाठ्यक्रम में भी शामिल किया जा सकता है।

संदर्भ

1. Ministry of Education. (2020). National Education Policy 2020. Retrieved from Ministry of Education: https://www.education.gov.in/sites/upload_files/mhrd/files/NEP_Final_English_0.pdf
2. National Council of Educational Research and Training. (2005). National curriculum framework 2005. New Delhi: National Council of Educational Research and Training.https://ncert.nic.in/pdf/nc-framework/nf2005-english.pdf
3. National Council of Educational Research and Training. (2023). National curriculum framework for school education 2023.New Delhi: National Council of Educational Research and Training. https://ncert.nic.in/pdf/NCFSE-2023-August_2023.pdf
4. Ramanujam, R. (2012). Mathematics education in India- An overview. In R. Ramanujam, & K. Subramaniam, Mathematics Education India: Status and Outlook (pp. 1-11). Mumbai: Homi Bhabha Centre for Science Education.
5. Rampal, A., & Subramanian, J. (2012). Transforming the elementary mathematics curriculum: Issues and challenges. In R. Ramanujam, & K. Subramaniam, Mathematics Education in India: Status and Outlook (pp. 63-88). Mumbai: Homi Bhabha Centre for Science Education.
6. Ashcraft, M. H. & Moore, A. M. (2009). Mathematics anxiety and the affective drop in performance. Journal of Psychoeducational Assessment, 27(3), 197-205.https://doi.org/10.1177/0734282908330580
7. Singh, B. (1987). The development of tests to measure methematical creativity. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 18(2), 181-186.https://doi.org/10.1080/0020739870180203
8. Sriraman, B. (2009). The characteristics of mathematical creativity. ZDM Mathematics Education, 41, 13-27. https://doi.org/10.1007/s11858-008-0114-z
9. Haylock, D. (1997). Recognising mathematical creativity in schoolchildren. ZDM Mathematics Education, 29, 68-74. https://doi.org/10.1007/s11858-997-0002-y
10. Central Board of Secondary Education. (2020, May). 21st century skill handbook.Retrieved from Central Board of Secondary Education: https://cbseacademic.nic.in/lifeskills/PDF/21st_Century_Skill_Handbook.pdf
11. Spearman, C. D. (1931). Creative mind. The Journal of Nervous and Mental Disease, 74(6), 783. Retrieved from https://journals.lww.com/jonmd/Citation/1931/12000/Creative_Mind.35.aspx
12. Guilford, J. P. (1967). Creativity: Yesterday, today and tomorrow. The Journal of Creative Behavior, 1(1), 3-14.https://doi.org/10.1002/j.2162-6057.1967.tb00002.x
13. Wilson, R. C., Guilford, J. P., Christensen, P. R., & Lewis, D. J. (1954). A factor-analytic study of creative-thinking abilities. Psychometrika, 19, 297-311. https://doi.org/10.1007/BF02289230
14. Stagner, R., & Karwoski, T.F (1973). Educational psychology, New Delhi: Eurasia Publishing House, 314.
15. Wallas, G. (1926). The art of thought. London: Jonathan Cape
16. Laycock, M. (1970). Creative mathematics at nueva. The Arithmetic Teacher, 17(4), 325-328. Retrieved from https://www.jstor.org/stable/41186201
17. Chamberlin, S.A. & Moon, S. (2005). Modeleliciting activities as a tool to develop and identify creatively gifted mathematicians. Journal of Secondary Gifted Education, 17(1), 37-47. Retrieved from https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ746044.pdf
18. Leikin, R. (2009). Exploring mathematical creativity using multiple solution tasks. In Creativity in Mathematics and the Education of Gifted Students (pp. 129-145). Brill.https://doi.org/10.1163/9789087909352_010

19. Schoevers, E. M., Leseman, P., P., Slot, M., E., Bakker, A., . . . Kroesbergen, E. H. (2019). Promoting pupils' creative thinking in primary school mathematics: A case study. Thinking Skills and Creativity, 31, 323-334. https://doi.org/10.1016/j.tsc.2019.02.003

20. Ervynck, G. (1991). Mathematical creativity. In Advanced Mathematical Thinking (pp. 42-53). Netherlands: Springer. https://doi.org/10.1007/0-306-47203-1_3

21. Pehkonen, E. (1997). Use of open-ended problems in mathematics classroom. Helsinki: University of Helsinki.

22. Pehkonen, E. (1999). Open-ended problems: A method for an educational change. In International Symposium on Elementary Maths Teaching (SEMT 99) (pp. 56-62). Retrieved from https://citeseerx. ist.psu.edu/document?repid=rep1&t ype= pdf& doi=550109 dc 80110916a8d7ebb2d02849d8b2 37d4f9

23. Zaslavsky, O. (1995). Open-ended tasks as a trigger for mathematics teachers' professional development. For the Learning of Mathematics, 15(3), 15-20. Retrieved from https://www.jstor.org/stable/40248183

24. Athmaraman, R. (2012). Open-ended questions. At Right Angles, 1(2), 37-40.https://publications.azimpremjiuniversity.edu.in/1582/1/7_Open-Ended%20Questions.pdf

25. Kumar, R. S., Dewan, H., & Subramaniam, K. (2012). The preparation and professional development of mathematics teachers. In Mathematics education in India: Status and outlook (pp. 151-182). Mumbai: Homi Bhabha Centre for Science Education.

26. National Council of Educational Research and Training. (2006). Position paper on teaching of mathematics.New Delhi: National Council of Educational Research and Training. https://ncert.nic.in/pdf/focus-group/math.pdf

27. Mishra, K.G., & Chahal, D. (2024, July 7-14). A study of mathematical problems of a middle grade Indian textbook from the lens of convergent thinking and divergent thinking. [Conference Presentation]. 15th International Congress on Mathematical Education, Sydney, Australia.

28. Mishra, K. G. (2019). The art of selling mathematics. In J. Subramanian (Ed.), Proceedings of the Tenth International Mathematics Education and Society Conference. Hyderabad: Mathematics Education and Society.

29. Mishra, K. G. (2021). A utilitarian math world: The tail that wags the dog. At Right Angles(9), 17-22. Retrieved from https://publications. azimpremji university. edu.in/2623/1/2_A% 20 Utilitarian% 20Math % 20World_The%20 Tail%20 that% 20 Wags%20the%20Dog.pdf

30. Tyagi, T. K. (2024, July 7-14). Multiple solutions to mathematical problems: A pathway to foster mathematical creativity and equitable mathematics classroom discourse. [Conference Presentation]. 15th International Congress on Mathematical Education, Sydney, Australia.

31. Bingolbali, E. (2011). Multiple solutions to problems in mathematics teaching: Do teachers really value them? Australian Journal of Teacher Education, 36(1), 18-31. https://doi.org/10.14221/ajte. 2011v 36n1.2

32. Leikin, R., & Lev, M. (2007). Multiple solution tasks as a magnifying glass for observation of mathematical creativity. In J. L. Woo, & D. Seo (Ed.), Proceedings of the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education.3, pp. 161-168. Seoul: PME. Retrieved from https://www.emis.de/proceedings/PME31/3/161.pdf

33. Organisation for Economic Cooperation and Development. (2014). Education at a glance 2014. Retrieved from OECD ilibrary: https://www.oecd.org/education/Education-at-a-Glance-2014.pdf

34. Tyagi, T. K. (2023). Multiple solutions to the problems: A tool for assessing creativity in mathematics. National Conference on Transforming Assessment for Holistic Development, RIE Bhubaneshwar.

35. Tyagi, T. K. (2017). Mathematical intelligence and mathematical creativity: A causal relationship. Creativity Research Journal, 29(2), 212-217. https://doi.org/10.1080/10400419.2017.1303317

36. Runco, M. A., & Acar, S. (2012). Divergent thinking as an indicator of creative potential. Creativity Research Journal, 24(1), 66-75. https://doi.org/10.1080/10400419.2012.652929