

योगांक से प्राकृत अंकों के स्वभाव एवं व्यवहार का विश्लेषण

अतुल गर्ग

गणित विभाग, राजकीय बांगड़ महाविद्यालय, डीडवाना, नागौर 341303 (राजस्थान)

सारांश: प्रस्तुत शोध में अंकों तथा उनसे बनने वाली संख्याओं के स्वभाव एवं व्यवहार का अध्ययन किया गया है। गणित के सभी अंक 0, 1, 2, ... 9 पूर्ण संख्या में समाहित हैं। इनसे बनने वाली सभी संख्याओं पर उपरोक्त शोध आधारित है। जिस प्रकार हम जन्म तिथि में प्रयुक्त अंकों को जोड़ कर अपना भाग्यांक या लकी नंबर ज्ञात कर लेते हैं, उसी प्रकार यहाँ किसी भी संख्या में प्रयुक्त अंकों के योग को 'योगांक' से व्यक्त किया गया है। शोध में पाया गया कि इन योगांकों का स्वभाव अलग-अलग है तथा इनका व्यवहार संख्याओं के प्रति भिन्न है। अंकों का स्वभाव एवं व्यवहार तभी दृष्टिगोचर होता है जब शून्य को संख्याओं से विलग किया जाए। यह केवल और केवल योगांक से संभव है। योगांक में शून्य अनुपस्थित है। इससे अंकों का स्वभाव एवं व्यवहार सहजता से ज्ञात किया जा सकता है। यह शोध प्राथमिक और मौलिक है व इसके परिणाम व्यापक एवं दूरगामी सिद्ध होंगे। प्रस्तुत शोध पत्र में मूल अंकों 1, 2, 3, ... 9 के स्वभाव एवं व्यवहार के साथ-साथ कुछ नवीन परिणामों का विश्लेषण भी किया गया है।

Analysis of nature and behaviour of natural numbers through yogank

Atul Garg

Department of Mathematics, Government Bangur College, Didwana, Nagaur 341303 (Rajasthan)

Abstract

In the present research paper, the nature and behaviour of Natural numbers and the numbers formed from them have been studied. All the numbers of mathematics 0, 1, 2, ... 9 are contained in whole numbers. The above research is based on all the numbers made from these. Just as we take our Bhagyank or Lucky Number by adding the numbers used in the date of birth, similarly here the sum of the digits used in any number is expressed by 'Yogank'. In the research, it was found that the nature of these yogank is different and their behaviour is also different towards numbers. The nature and behaviour of numbers becomes visible only when zero is separated from the numbers. This is possible only and only with Yogank. Zero is absent in the Yogank. From this the nature and behaviour of natural numbers can be known easily. This research is primary, fundamental and its results will prove to be comprehensive and far-reaching. In the presented paper, along with the nature and behaviour of the original numbers 1, 2, 3, ... 9, some new results have also been analysed.

प्रस्तावना

गणित के मूल अंक वास्तव में 1, 2, 9 है। ये हमें प्रकृति से प्राप्त हुए इसलिए इन्हें प्राकृत संख्या कहा जाता है। बाद के समय में शून्य का आविष्कार हुआ जिससे कुल अंक 0, 1, 2 9 तक हो गए। इन्हें 'पूर्ण संख्या' कहा जाता है। शून्य का आविष्कार भारत के महान गणितज्ञ आर्यभट्ट ने किया था। यह आविष्कार इतना बड़ा था कि इसने गणित की दुनिया ही बदल कर रख दी। प्रस्तुत शोध में प्राकृत संख्याओं के मूल स्वभाव एवं

व्यवहार का अध्ययन "योगांक" (Sum of Digits) के द्वारा ज्ञात किया गया है। योगांक यानी संख्या में उपस्थित अंकों का योग। संख्या का योगांक सदैव प्राकृत संख्याओं 1, 2, ... 9 के अंक ही होंगे। योगांक, शून्य को विलोपित कर देता है। योगांक को हम एक ऐसा 'सिंक' मान सकते हैं जिसमें से संख्याएँ बहने पर शून्य रहित प्राकृत संख्याओं 1, 2, 9 में परिवर्तित हो जाती हैं यानी केवल अपने मूल स्वरूप में परिवर्तित। यही योगांक की विशेषता है। शून्य की अनुपस्थिति के कारण ही अंक 1, 2, ... 9 अपना

मूल 'स्व' प्रदर्शित करते हैं। शून्य की उपस्थिति में सभी अंक अपना 'स्व' भुला देते हैं। यह ठीक उसी प्रकार है जैसे सिंह की उपस्थिति में अन्य जंतु अपनी सुध-बुध खो बैठते हैं। उनका मूल स्वभाव जानने के लिए उन्हें सिंह से अलग कर देखना होगा। अंकों से शून्य का विलोपन, योगांक से ही संभव है और यही शोध का मुख्य केन्द्र है।

पहले अंक लकीरों से बनाए जाते थे। जैसे 12 के लिए ।।।।।।।।।। लकीरें बनाई या खींची जाती थी। बाद में 12 को रोमन में X।। लिखा जाने लगा। 0 के आविष्कार से संख्या के इकाई, दहाई, सैकड़ा आदि स्थान निश्चित हो गए जिससे 12 लकीरों की जगह 10+2 ले ले ली। अब 12=10+2 लिखा जाने लगा। इससे यह फायदा हुआ कि 0, 1, 2,...,9 अंकों से सभी मानों को संख्याओं के रूप में लिखना संभव हो गया। जैसे संख्या 62593 में 6 दस हजार, 2 हजार, 5 सैकड़ा, 9 दहाई व 3 इकाई स्थान पर है। अर्थात् 62593 = 60000+2000+500+90+3। अतः अब पूरी संख्या अंकों 0, 1, 2, 3,...,9 से लिखी जाने लगी। शून्य का आविष्कार गणित के लिए वरदान साबित हुआ। यह बात अलग है कि 0 शेष संख्याओं 1, 2, 3,...,9 के नियमों का पालन नहीं करता। शून्य के अपने नियम हैं। जो अनोखे व विस्मयकारी हैं। जैसे किसी भी संख्या का 0 से गुणन हमेशा 0

ही आता है। अर्थात् $71294 * 0 = 0$ । इसी प्रकार 0 के अन्य नियम भी बिल्कुल अलग है।

प्रस्तुत शोध, संख्याओं के व्यवहार के बारे में नवीन व प्राथमिक है तथा अज्ञात है। यह शोध तभी संभव हुई जब 0 को शेष अंकों, 1, 2, ... 9 से अलग कर उनके बारे में अध्ययन किया गया। अभी तक संख्याओं में प्रयुक्त अंकों का योग किया जाता रहा है जैसे अपनी जन्म तारीख से 'भाग्यांक' ज्ञात करना। यदि किसी का जन्म 27 अगस्त 1997 को हुआ है तो 'भाग्यांक', संख्या 27081997 में प्रयुक्त अंकों के योग $2 + 7 + 0 + 8 + 1 + 9 + 9 + 7$ बराबर 43 का पुनः योग करने पर $4 + 3$ बराबर 7 आता है। अतः हम कोई भी, कितनी भी बड़ी संख्या लें तो उसके अंकों का योग 1 से 9 तक के अंकों में से ही कोई आएगा। संख्याओं में इसे 'योगांक' (Sum of Digits) द्वारा प्रदर्शित करेंगे। योगांक में मूल अंकों का अध्ययन करने पर प्राप्त परिणाम आश्चर्यजनक हैं। प्रारंभ में प्रत्येक अंक को लेकर, लगातार दुगना कर योगांक से अंक के व्यवहार को जांचते हैं।

उपरोक्त सारणियों में मूल अंकों को दोगुना (गुणोत्तर श्रेणी, सार्व अनुपात 2) करने पर योगांक से अंकों का व्यवहार स्पष्ट परिलक्षित हो रहा है। अंक 1, 2, 4, 5, 7, 8 के योगांक भी घूम-फिर कर 1, 2, 4, 5, 7, 8 ही आ रहे हैं। परिणामों से स्पष्ट

अंक 1	योगांक	
1	1	
2	2	
4	4	
8	8	
16	7	
32	5	
64	1	पुनरावृत्ति
128	2	
256	4	
512	8	
1024	7	
2048	5	
4096	1	
...	...	अंत तक

अंक 2	योगांक	
2	2	
4	4	
8	8	
16	7	
32	5	
64	1	
128	2	पुनरावृत्ति
256	4	
512	8	
1024	7	
2048	5	
4096	1	
8192	2	
...	...	अंत तक

अंक 3	योगांक	
3	3	
6	6	
12	3	पुनरावृत्ति
24	6	
48	3	
96	6	
192		
384		
...	...	
...	...	अंत तक

अंक 4	योगांक	
4	4	
8	8	
16	7	
32	5	
64	1	
128	2	
256	4	पुनरावृत्ति
512	8	
1028	7	
2048	5	
4096	1	
8192	2	
16384	4	
...	...	अंत तक

अंक 5	योगांक	
5	5	
10	1	
20	2	
40	4	
80	8	
160	7	
320	5	पुनरावृत्ति
640	1	
1280	2	
2560	4	
5120	8	
10240	7	
20480	5	
...	...	अंत तक

अंक 6	योगांक	
6	6	
12	3	
24	6	पुनरावृत्ति
48	3	
96	6	
192	3	
384		
...	...	अंत तक

अंक 7	योगांक	
7	7	
14	5	
28	1	
56	2	
112	4	
224	8	
448	7	पुनरावृत्ति
896	5	
1792	1	
3584	2	
7168	4	
14336	8	
28672	7	
...	...	अंत तक

अंक 8	योगांक	
8	8	
16	7	
32	5	
64	1	
128	2	
256	4	
512	8	पुनरावृत्ति
1024	7	
2048	5	
4096	1	
8192	2	
16384	4	
32768	8	
...	...	अंत तक

अंक 9	योगांक	
9	9	
18	9	पुनरावृत्ति
36	9	
72	9	
144	9	
288	9	
576	9	
1152	9	
...	...	
...	...	
...	...	अंत तक

है कि अंक 1, 2, 4, 5, 7, 8 आपस में गुथे हुए हैं तथा अंक 3, 6 व 9 से सर्वथा भिन्न हैं। इसी प्रकार अंक 3 व 6 के योगांक आपस में गुथे हुए हैं और अंक 9 से सर्वथा भिन्न हैं। अंक 9 स्वयं में ही निहित या पूर्ण है। अंक 9 का व्यवहार शेष अंकों से पृथक है। इसीलिए अंक 9 'फिनिशिंग पोस्ट' (अंतिम या पूर्ण अंक) कहलाता है। इसमें सब समाहित है। यहाँ तक की आपस में गुथे हुए अंकों तथा सभी शेष अंकों का योगांक भी 9 में समाहित है।

$1+2+4+5+7+8 = 27$ का योगांक $\rightarrow 9$, $3+6=9$ का योगांक $\rightarrow 9$ तथा

$1+2+3+4+5+6+7+8 = 36$ का योगांक $\rightarrow 9$

अंकों को लगातार केवल दोगुना करने की प्रक्रिया से ऐसा प्रतीत होता है कि 9 अंकों में राजा है जिसके 3 व 6 कमांडर हैं तथा शेष अंक 1, 2, 4, 5, 7, 8 इनकी सेना है। इस कारण ही ये अंक सम्पूर्ण संख्या जगत पर राज करते हैं।

योगांक एक पूरा शास्त्र है जिसमें संख्याओं का भी अद्भुत रूप देखने को मिल रहा है। जैसे कोई भी संख्या लेकर उसके अधिकतम व न्यूनतम मान को घटाने पर योगांक सर्वदा 9 में ही समाहित होता है। जैसे-

217 का अधिकतम मान 721 तथा न्यूनतम मान 127.

घटाने पर $721-127 = 594$ का योगांक $\rightarrow 9$

यह नियम सम्पूर्ण संख्या जगत पर लागू है। सभी संख्याओं का 9 के प्रति पूर्ण समर्पण, आश्चर्यजनक है।

इसी प्रकार किसी भी संख्या में से दर्पण प्रतिबिम्ब संख्या घटाने पर भी योगांक 9 ही आता है। जैसे-

$3728 - 8273 = 4545$ का योगांक $\rightarrow 9$ (ऋण चिन्ह विलोपित)

यह नियम भी सम्पूर्ण संख्या जगत पर लागू है। यहाँ भी सभी संख्याओं का 9 के प्रति पूर्ण समर्पण। स्पष्ट है, शून्य के अभाव में अंक 9, संख्या जगत का सिरमौर है।

योगांक में योग, व्यवकलन, गुणन, भागफल

योग-	$1 + 1 = 2$
	$1 + 2 = 3$

	$1 + 8 = 9$
	$1 + 9 = 10$ का योगांक $\rightarrow 1$
योग तत्समक	$1 + 9 = 10$ का योगांक 1
	$2 + 9 = 11$ का योगांक 2
	$3 + 9 = 12$ का योगांक 3

	$9 + 9 = 18$ का योगांक 9

अर्थात् योगांक में योग का तत्समक 9 है।

योगांक का यह योग सभी संख्याओं पर लागू है जैसे- $82 + 7316 = 7398$ का योगांक $\rightarrow 9$ जो संख्याओं के योगांक नियम $1 + 8 = 9$ में समाहित है। इसी प्रकार योगांक के व्यवकलन व गुणन नियम सभी संख्याओं पर समान रूप से लागू हैं। जैसे व्यवकलन के योगांक नियम $1-1 = 9$ का प्रमाण संख्याओं में $1000-10 = 990$ का योगांक 9 होना है। गुणन में 9, शून्य की तरह से व्यवहार करता है-

	$1 \times 9 = 9$
	$2 \times 9 = 18$ का योगांक 9
	$3 \times 9 = 27$ का योगांक 9

	$9 \times 9 = 81$ का योगांक 9

अर्थात् जो अंक 9 से टकराएगा (गुणन), 9 में ही समाहित हो जाएगा। गुणन का तत्समक अवयव 1 है।

योगांक में भागफल अचरज भरा है। योगांक अंकों के भाग में $9/7$ अनिर्धारित आता है तथा भाग नियम में संख्या लेने पर परिणाम सत्य नहीं आते हैं। योगांक में अंक 7 से भाग वर्जित है। जैसे $7/7 = 1$ है लेकिन संख्या लेने पर $43/34 = 1.26470588$ का योगांक 5 आता है जबकि $34/43 = 0.829268293$ का योगांक 4 है (दशमलव छोड़ने पर)। स्पष्ट रूप से अनिर्धारित। वैसे भी अंकों में 7 का भाग लगाने पर परिणाम आश्चर्यजनक है-

$$1/7 = 0.142857$$

$$2/7 = 0.285714$$

$$3/7 = 0.428571$$

$$4/7 = 0.571428$$

$$5/7 = 0.714285$$

$$6/7 = 0.857142$$

$$7/7 = 1$$

$$8/7 = 1.142857 \text{ (पुनरावृत्ति } 1/7 \text{ की)}$$

$$9/7 = 1.285714 \text{ (पुनरावृत्ति } 2/7 \text{ की)}$$

योगांक में 7 से भाग लगाने पर उन्हीं अंकों 1,2,4,5,7,8 का दोहराव हो रहा है जो ऊपर सारणी में आपस में गुथे हुए थे। यहाँ इनका क्रम सारणी के क्रम से अलग है पर है वही अंक। संख्या लेने पर योगांक भागफल के परिणाम सत्य नहीं है। अतः यहाँ 7 से भाग वर्जित लिखा गया है। इस पर अभी गहन शोध की आवश्यकता है।

योगांक में घात

शोध में यह पाया गया है कि योगांक अंकों पर अंक की घात लगाने पर परिणाम सम्पूर्ण संख्याओं पर भी लागू हैं। अर्थात् किसी भी संख्या की कितनी भी घात लगाने पर उसका योगांक, योगांक नियमों के अनुरूप ही आएगा। उदाहरण से समझते हैं-

जैसे संख्या 527 का योगांक $5 + 2 + 7 = 14$ का पूर्ण है योग 5 है। अब यदि 527 की घात 13 का योगांक ज्ञात करना हो तो इसका मान ज्ञात कर, उसमें आने वाले अंकों का योग कर योगांक ज्ञात करने में अत्यधिक समय लग जाएगा। योगांक नियम से हम बिना गणना किये योगांक ज्ञात कर सकते हैं। शोध कर बनाई गई निम्न सारणी से 527 की घात 13 का योगांक ज्ञात करने के लिए संख्या ग को 5 लेकर घात $n=13$ में 6 का भाग देंगे। शेषफल 1 है अतः $\times=5$ वाली श्रेणी का पहला

राघवदा सारणी - योगांक 1 से 9		
संख्या ×	संख्या × की n घात का	जहाँ n का \implies
	योगांक	योगांक
1	$(X)^n \implies 1$	For all values of n
2	$(X)^n \implies 2,4,8,7,5,1$	Remainder of $\frac{n}{6}$, when $n > 6$
3	$(X)^n \implies 9$	For all values of n
4	$(X)^n \implies 4, 7, 1$	Remainder of $\frac{n}{3}$, when $n > 3$
5	$(X)^n \implies 5,7,8,4,2,1$	Remainder of $\frac{n}{6}$, when $n > 6$
6	$(X)^n \implies 9$	For all values of n
7	$(X)^n \implies 7, 4, 1$	Remainder of $\frac{n}{3}$, when $n > 3$
8	$(X)^n \implies 8, 1$	Remainder of $\frac{n}{2}$, when $n > 2$
9	$(X)^n \implies 9$	For all values of n

पद 5 ही उत्तर होगा। आप स्वयं गणना कर देख सकते हैं। इस प्रकार कितनी भी बड़ी संख्या की कितनी भी घात का योगांक, हम बिना गणना किए ज्ञात कर सकते हैं।

राघवदा सारणी योगांक घात के लिए

उपरोक्त सारणी के विशेष बिंदु -

- A सारणी में संख्या 2 व 5 की योगांक श्रेणी के अंक समान हैं।
- B सारणी में संख्या 3, 6 व 9 के योगांक सदैव 9 हैं।
- C सारणी में संख्या 4 व 7 की योगांक श्रेणी के अंक समान है।
- D योगांक 1 आने पर श्रेणी की सदैव पुनरावृत्ति होती है।
- E सारणी में संख्या 2 व 5 की श्रेणी के अंक अद्भुत प्राप्त हुए हैं। ये अंक $11 * 13 * 27 * 37 = 142857$ के समान हैं। जिन की विशेषता यह है कि इनके निम्न गुणन में केवल अंकों का क्रम बदलता है।

$$142857 * 1 = 142857$$

$$142857 * 2 = 285714$$

$$142857 * 3 = 428571$$

$$142857 * 4 = 571428$$

$$142857 * 5 = 714285$$

$$142857 * 6 = 857142$$

$$142857 * 7 = 999999$$

F उपरोक्त से $7 * 11 * 13 * 27 * 37 = 999999$

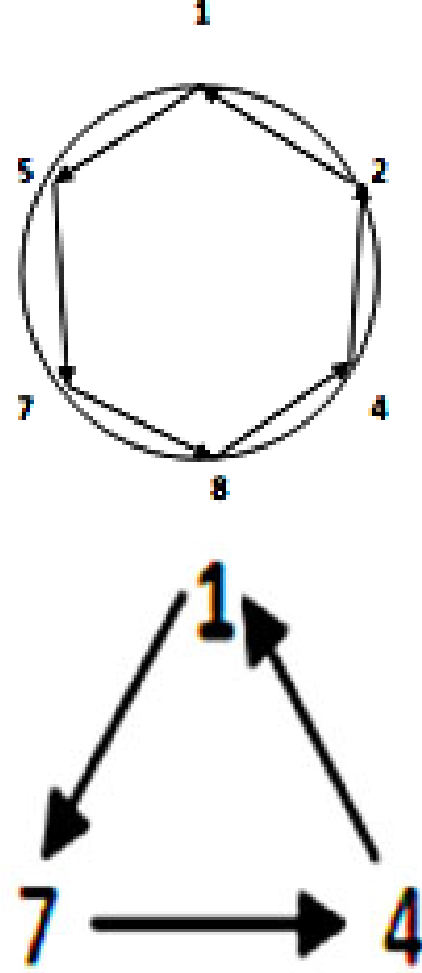
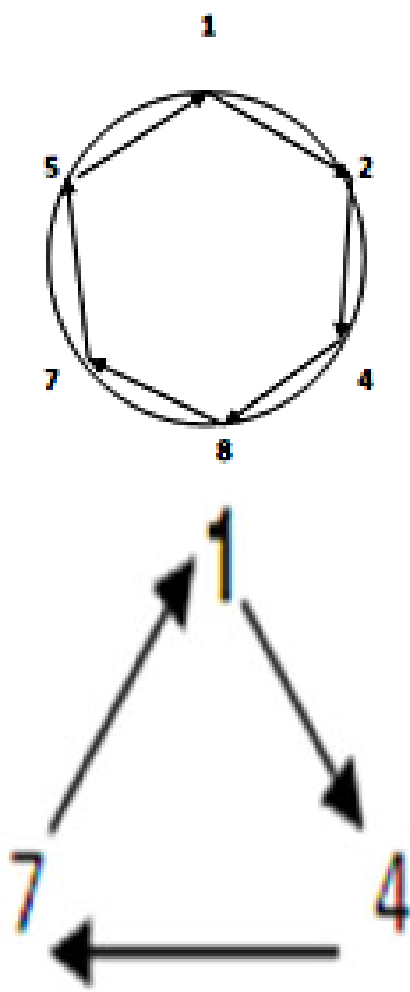
अथवा $3 * 7 * 11 * 13 * 37 = 111111$

G अंक 2 व 5 में योगांक श्रेणी के अंकों का क्रम एक-दूसरे से उलट है। निम्नानुसार एक का क्रम दक्षिणावृत्त है तो दूसरे का वामवृत्त।

H इसी प्रकार अंक 4 व 7 में योगांक की श्रेणी के अंकों का क्रम एक-दूसरे से उलट है।

$$1, 4, 7$$

$$1, 7, 4$$



निष्कर्ष

गणित मानव के जीवन के हर क्षेत्र में रचा बसा है। इसका उपयोग जीवन भर किया जाता है लेकिन उसका आनंद नहीं लिया जाता जबकि गणित में आनंद है। गणित में विचारों की स्पष्टता है। गणित की प्रतिबद्धता शुद्धता के प्रति है। गणित के नियम, सिद्धांत सर्वमान्य व संदेह रहित होते हैं। चूँकि उपरोक्त सभी परिणाम गणित की सभी संख्याओं पर लागू होते हैं, अतः इस शोध के परिणाम बहुत व्यापक हैं। संभव है ये योगांक शास्त्र, जन्म कुंडली की कुण्डी खोले। कुंडली में भी 9 ग्रह, 12 स्थानों पर भ्रमण कर अपनी दशा, दिशा व प्रभाव दर्शाते हैं।

संदर्भ

1. Morris Kline, *Mathematical Thought from Ancient to Modern Times*, Oxford University Press, 1990. ISBN 978-0195061352
2. Leo Cory, *A Brief History of Numbers*, Oxford University Press, 2015, ISBN 978-0-19-870259-7.
3. Nechaev, V.I. (2001) [1994], *PNumberP*, *Encyclopedia of Mathematics*, EMS Press
4. राघव दाधीच एवं अतुल गर्ग, योगांक गागर में सागर-राघवदा सारणी, विज्ञान प्रगति, CSIR, नई दिल्ली, ISSN 0042-6075, फरवरी 2023, पृष्ठ 51.